

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



## Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – 25 settembre 2013

### Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 2}}$$

Dominio (punti 2)	$E = [1, 2) \cup [4, +\infty)$
Positività (punti 2)	$P = E$
Intersezioni (punti 1)	$A(1; 0) \quad B(4; 0)$

### Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}\right)$

Derivata prima (punti 2)	$f' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot (x^2 + 2)} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi (punti 3)	$m(0; -\log 2) \quad \text{cresce per } x > 0$

### Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{6x}{(x^2 + 3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{18(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^3}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa in $(-1, 1)$ $F_1(-1; 1/4) \quad F_2(1; 1/4)$

### Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x^2 + 1}{x^2 - 1}}$$

Dominio (punti 1)	$E = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
As. verticali (punti 2)	$x = -1^- \quad \text{e} \quad x = 1^+$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 2$

### Domande teoriche (punti 10)

- I punti di discontinuità (punti 4)\*
- Le forme indeterminate (punti 3)
- Il teorema di Lagrange con un esempio (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



**Domanda 5 (punti 6).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-2x} dx$$

Integrale definito (punti 3)	primitiva: $\frac{1}{4}(-2\sqrt{x} + 2x + \log(1+2\sqrt{x}))$ $3 + \frac{\log(7/3)}{4} \approx 3,2118$
Integrale indefinito (punti 3)	$-\frac{1}{4}e^{-2x} \cdot (2x^2 + 2x + 1) + c$

**Domanda 6 (punti 6).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x - 4y + k \cdot z = 5 \\ x + 2y + 2z = k \\ 3x - 4y + z = -2 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq -1$ sol. unica (altrimenti incomp.)
Soluzioni (punti 4)	$\left( x = \frac{2k^2 - 4k - 33}{5k + 5}; y = \frac{3k^2 + k - 29}{10k + 10}; z = \frac{4k + 31}{5k + 5} \right)$

**Domanda 7 (punti 8).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 + 3x \cdot y - 3y^2 - 6y + 2$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 4$ .

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x + 3y \quad f_y = 3x - 6y - 6$
Estremi liberi (punti 3)	$S(6/7; -4/7) \quad z = 26/7 \quad H = -21$
Estremi vincolati (punti 3)	$M(6; -1) \quad \lambda = 9 \quad z = 23$ $H = 10$

**Domande teoriche (punti 10).**

- Il teorema della media (punti 4)\*
- Il teorema di Barrow-Torricelli (punti 3)
- Condizioni per la compatibilità di un sistema lineare (punti 3)